



ສາທາລະນະລັດ ປະຊາທິປະໄຕ ປະຊາຊົນລາວ

ສັນຕິພາບ ເອກະລາດ ປະຊາທິປະໄຕ ເອກະພາບ ວັດທະນະຖາວອນ

-----000-----



ກະຊວງສຶກສາທິການ ແລະ ກິລາ

ກົມມັດທະຍົມສຶກສາ

ຫົວບົດສອບເສັງແຂ່ງຂັນນັກຮຽນເກັ່ງ ຊັ້ນມັດທະຍົມສຶກສາຕອນຕົ້ນ

ລະດັບຊາດ ປະຈຳສົກຮຽນ 2015-2016

ວິຊາ ຄະນິດສາດ

ເວລາ: 120 ນາທີ

1. ໃຫ້ສອງຈຳນວນຈິງ  $x$  ແລະ  $y$  ເຊິ່ງວ່າ:  $x+y=0$  ແລະ  $x \neq 0$

ຈົ່ງຊອກຫາຄ່າຂອງ  $\frac{x^{2016}}{y^{2016}} + 2017$

2. ຈົ່ງຄັດຈ້ອນສຳນວນ:  $E = \frac{ab(x^2 - y^2) + xy(a^2 - b^2)}{ab(x^2 + y^2) - xy(a^2 + b^2)}$

3. ຈົ່ງຄິດໄລ່:  $A = \frac{1}{\sin 10^\circ} - \frac{\sqrt{3}}{\cos 10^\circ}$

ຮູ້ວ່າ:  $\cos(a \pm b) = \cos a \cos b \mp \sin a \sin b$  ແລະ  $\sin(a \pm b) = \sin a \cos b \pm \cos a \sin b$

4. ຈົ່ງແກ້ສົມຜົນ:  $\left(\frac{\sqrt{x}}{2} - \frac{1}{2\sqrt{x}}\right)^2 \left(\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1} - \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1}\right) = -3(\sqrt{x}+1)$

5. ຈົ່ງຂຽນ  $A = \frac{3,121212\dots}{2,121212\dots}$  ພາຍໃຕ້ຮູບຮ່າງຂອງເລກສ່ວນທີ່ບໍ່ສາມາດຄັດຈ້ອນໄດ້.

6. ໃຫ້ຮູບສີ່ແຈ ABCD, ມີເສັ້ນເນັ່ງຈອມ  $AC \perp BD$  ແລະ  $AB = 11 \text{ cm}$ ,  $BC = 9 \text{ cm}$ ,  $DA = 7 \text{ cm}$   
ຈົ່ງຄິດໄລ່ລວງຍາວຂອງຂ້າງ CD.

7. ໃຫ້ຂ້າງຂອງຮູບຈັດຕຸລັດ ABCD ມີລວງຍາວເທົ່າ 1 ຢູ່ເທິງບັນດາຂ້າງ AB, AD ເອົາບັນດາເມັດ P ແລະ Q ຕາມລຳດັບ ແລະ ຕອບສະໜອງໃຫ້ລວງຮອບຂອງຮູບສາມແຈ APQ ເທົ່າ 2 ຈົ່ງຄິດໄລ່ມຸມ  $\widehat{PCQ}$ .

8. ໃນມື້ທຳອິດຂອງບຸນທາດຫຼວງ, ເສື້ອໂຕທີ່ມີລາຄາ 75000 ກີບ, ໃນມື້ທີສອງເສື້ອໂຕດັ່ງກ່າວໄດ້ຫຼຸດລາຄາ 12% ແລະ ໃນມື້ສຸດທ້າຍຂອງບຸນທາດຫຼວງ ເສື້ອໂຕດັ່ງກ່າວໄດ້ຫຼຸດລາຄາລົງຕື່ມອີກ 15% ຂອງລາຄາໃນມື້ທີສອງ. ຖາມວ່າເສື້ອໂຕດັ່ງກ່າວໄດ້ຫຼຸດລາຄາທັງໝົດເທົ່າໃດສ່ວນຮ້ອຍ ?

ຄະນະກຳມະການອອກຫົວບົດ



ສາທາລະນະລັດ ປະຊາທິປະໄຕ ປະຊາຊົນລາວ



ສັນຕິພາບ ເອກະລາດ ປະຊາທິປະໄຕ ເອກະພາບ ວັດທະນາຖາວອນ

====000====

ກະຊວງສຶກສາທິການ ແລະ ກິລາ

ກົມມັດທະຍົມສຶກສາ

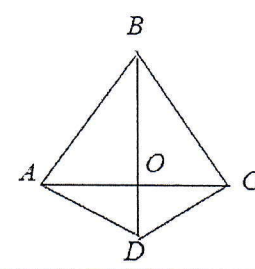
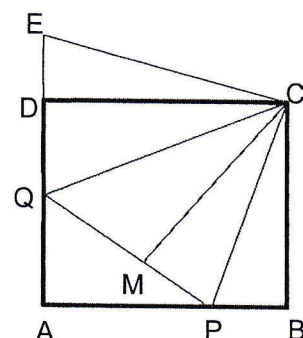
ຂະໜານຕອບທົວບົດສອບເສັງແຂ່ງຂັນນັກຮຽນເກັ່ງ ຊັ້ນມັດທະຍົມສຶກສາຕອນຕົ້ນ

ລະດັບຊາດ ປະຈຳສົກຮຽນ 2015-2016

ວິຊາ ຄະນິດສາດ ເວລາ: 120 ນາທີ

ຂໍ້	ເນື້ອໃນ	ຄະແນນ
1	ໃຫ້ສອງຈຳນວນຈິງ $x$ ແລະ $y$ ເຊິ່ງວ່າ: $x+y=0$ ແລະ $x \neq 0$ . ຈົ່ງຊອກຫາຄ່າຂອງ $\frac{x^{2016}}{y^{2016}} + 2017$	
	$x+y=0 \Leftrightarrow y=-x$ $\Leftrightarrow \frac{y}{x} = -1 \Leftrightarrow \left(\frac{y}{x}\right)^{2016} = (-1)^{2016}$	0,5
	$\Leftrightarrow \left(\frac{y}{x}\right)^{2016} + 2017$ $= (-1)^{2016} + 2017 = 1 + 2017 = 2018$	0,5
2	ຈົ່ງຄັດຈ້ອນສຳນວນ: $E = \frac{ab(x^2 - y^2) + xy(a^2 - b^2)}{ab(x^2 + y^2) - xy(a^2 + b^2)}$	
	$E = \frac{ab(x^2 - y^2) + xy(a^2 - b^2)}{ab(x^2 + y^2) - xy(a^2 + b^2)}$ $= \frac{abx^2 + a^2xy - aby^2 - b^2xy}{abx^2 - a^2xy + aby^2 - b^2xy}$	0,5
	$= \frac{ax(bx + ay) - by(ay + bx)}{ax(bx - ay) - by(bx + ay)}$ $= \frac{(bx + ay)(ax - by)}{(bx - ay)(ax - by)} = \frac{bx + ay}{bx - ay}$	0,5
3	<p>1. ຈົ່ງຄິດໄລ່: <math>A = \frac{1}{\sin 10^\circ} - \frac{\sqrt{3}}{\cos 10^\circ}</math> .</p> <p>ຮູ້ວ່າ: <math>\cos(a \mp b) = \cos a \cos b \pm \sin a \sin b</math> ແລະ <math>\sin(a \pm b) = \sin a \cos b \pm \cos a \sin b</math></p>	

	$A = \frac{\cos 10^\circ - \sqrt{3} \sin 10^\circ}{\sin 10^\circ \cos 10^\circ} = \frac{\frac{1}{2} \cos 10^\circ - \frac{\sqrt{3}}{2} \sin 10^\circ}{\frac{1}{2} \sin 10^\circ \cos 10^\circ}$ $= \frac{\cos 60^\circ \cos 10^\circ - \sin 60^\circ \sin 10^\circ}{\frac{1}{2} \sin 10^\circ \cos 10^\circ} = \frac{\cos(60^\circ + 10^\circ)}{\frac{1}{4} \sin 20^\circ}$	0,5
	$4 \times \frac{\cos 70^\circ}{\sin 20^\circ} = 4 \times \frac{\cos(90^\circ - 20^\circ)}{\sin 20^\circ} = 4 \times \frac{\sin 20^\circ}{\sin 20^\circ} = 4$	0,5
4	<p>ຈົ່ງແກ້ສົມຜົນ: <math>\left(\frac{\sqrt{x}}{2} - \frac{1}{2\sqrt{x}}\right)^2 \left(\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1} - \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1}\right) = -3(\sqrt{x}+1)</math></p> <p>ເງື່ອນໄຂ <math>\begin{cases} x &gt; 0 \\ \sqrt{x}-1 \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x &gt; 0 \\ x \neq 1 \end{cases} \\ \sqrt{x}+1 \neq 0 \end{cases}</math></p>	0,5
	$\left(\frac{\sqrt{x}}{2} - \frac{1}{2\sqrt{x}}\right)^2 \left(\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1} - \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1}\right) = -3(\sqrt{x}+1) \Leftrightarrow \frac{(x-1)^2}{4x} \times \frac{(\sqrt{x}+1)^2 - (\sqrt{x}-1)^2}{x-1} = -3(\sqrt{x}+1)$	0,5
	$\Leftrightarrow \frac{(x-1)^2 \times 4\sqrt{x}}{4x(x-1)} = -3(\sqrt{x}+1) \Leftrightarrow \frac{x-1}{\sqrt{x}} = -3(\sqrt{x}+1) \Leftrightarrow 4x + 3\sqrt{x} - 1 = 0$	0,5
	$\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x} = -1 \\ \sqrt{x} = \frac{1}{4} \Rightarrow x = \frac{1}{16} \end{cases}$	0,25
5	<p>ຈົ່ງຂຽນ <math>A = -\frac{3,121212\dots}{2,121212\dots}</math> ພາຍໃຕ້ຮູບຮ່າງຂອງເລກສ່ວນທີ່ບໍ່ສາມາດຄັດຈ້ອນໄດ້.</p>	
	$A = -\frac{3,121212\dots}{2,121212\dots} = -\frac{3 + \frac{12}{99}}{2 + \frac{12}{99}}$	0,5
	$= -\frac{3 + \frac{4}{33}}{2 + \frac{4}{33}} = -\frac{\frac{103}{33}}{\frac{70}{33}} = -\frac{103}{70}$	0,5
6	<p>ໃຫ້ຮູບສີ່ແຈ ABCD, ທີ່ມີເສັ້ນເບິ່ງຈອມ <math>AC \perp BD</math> ແລະ <math>AB = 11 \text{ cm}, BC = 9 \text{ cm}, DA = 7 \text{ cm}</math>. ຈົ່ງຄິດໄລ່ລວງຍາວຂອງຂ້າງ CD?</p>	

	<p>ສົມມຸດ   ໃຫ້ <math>AC \perp BD</math> ແລະ <math>AB = 11\text{cm}, BC = 9\text{cm}, DA = 7\text{cm}</math>  ສະຫຼຸບ   ຊອກຫາຂ້າງ <math>CD = ?</math></p> 	0,25
	<p>ອີງຕາມຫຼັກເກນປີຕາກໍມີ:  <math>AB^2 = OA^2 + OB^2</math>  <math>BC^2 = OB^2 + OC^2</math>  <math>CD^2 = OC^2 + OD^2</math>  <math>DA^2 = OA^2 + OD^2</math></p>	0,5
	<p>ຈາກບັນດາສະເໝີຜົນຂ້າງເທິງໄດ້:  <math>AB^2 + CD^2 = OA^2 + OB^2 + OC^2 + OD^2 = OB^2 + OC^2 + OA^2 + OD^2 = BC^2 + DA^2</math></p>	0,5
	<p>ເຮົາໄດ້: <math>11^2 + CD^2 = 9^2 + 7^2 \Leftrightarrow CD^2 = 81 + 49 - 121 = 130 - 121 = 9 \Rightarrow CD = 3</math>  ດັ່ງນັ້ນ, <math>CD = 3\text{cm}</math></p>	0,25
7	<p>ໃຫ້ຂ້າງຮູບຈັດຖຸລັດ ABCD ມີລວງຍາວເທົ່າ 1. ຢູ່ເທິງບັນດາຂ້າງ AB, AD ເອົາບັນດາເມັດ P ແລະ Q ຕາມລຳດັບ ແລະ ຕອບສະໜອງໃຫ້ລວງຮອບຂອງຮູບສາມແຈ APQ ເທົ່າ 2. ຈົ່ງຄິດໄລ່ມຸມ <math>\widehat{PCQ}</math>.</p> 	0,25
	<p>ເຮົາມີ <math>AP + AQ + PQ = 2 = AQ + QD + AP + PB</math>  <math>\Rightarrow PQ = PB + QD</math></p>	0,25

	<p>ຢູ່ເທິງ PQ ເອົາເມັດ M ແລະຕອບສະໜອງ: <math>DQ = QM</math>; <math>MP = PB</math></p> <p>ຢູ່ບ່ອນຂີດຕໍ່ AD ເອົາເມັດ E ແລະ ຕອບສະໜອງ <math>DE = PB</math></p> <p>ເມື່ອນັ້ນເຮົາຈະຖອນໄດ້ <math>\triangle CBP = \triangle CDE</math></p> <p><math>\Rightarrow PC = EC \Rightarrow \triangle CEQ = \triangle CQP</math> (ຂ,ຂ,ຂ)</p>	0,5
	<p><math>\Rightarrow \widehat{CQD} = \widehat{CQP} \Rightarrow \triangle CMQ</math> ແມ່ນຮູບສາມແຈສາກ, ສາກຢູ່ M.</p> <p>ເຮົາມີ: <math>\triangle CDQ = \triangle CMQ</math> ແລະ <math>\triangle CMP = \triangle CBP</math></p>	0,25
	<p><math>\Rightarrow \widehat{DCQ} = \widehat{QCM}</math> ແລະ <math>\widehat{MCP} = \widehat{PCB} \Rightarrow \widehat{PCQ} = \frac{\widehat{C}}{2} = \frac{90^\circ}{2} = 45^\circ</math></p>	0,25
8	<p>ໃນມື້ທຳອິດຂອງບຸນທາດຫຼວງ, ເສື້ອໂຕໜຶ່ງມີລາຄາ 75 000 ກີບ, ໃນມື້ທີສອງ ເສື້ອໂຕດັ່ງກ່າວໄດ້ຫຼຸດລາຄາ 12% ແລະ ໃນມື້ສຸດທ້າຍຂອງບຸນທາດຫຼວງ ເສື້ອໂຕດັ່ງກ່າວໄດ້ຫຼຸດລາຄາລົງຕື່ມອີກ 15% ຂອງລາຄາໃນມື້ທີສອງ. ຖາມວ່າ ເສື້ອໂຕດັ່ງກ່າວໄດ້ຫຼຸດລາຄາທັງໝົດເທົ່າໃດສ່ວນຮ້ອຍ?</p>	
	<p>ລາຄາຂອງເສື້ອໃນມື້ທີສອງ: <math>75\,000(1 - 0,12) = 66\,000</math> ກີບ</p>	0,5
	<p>ລາຄາຂອງເສື້ອໃນມື້ສຸດທ້າຍ: <math>66\,000(1 - 0,15) = 56\,100</math> ກີບ</p>	0,5
	<p>ລາຄາຂອງເສື້ອທີ່ຫຼຸດທັງໝົດ: <math>75\,000 - 56\,100 = 18\,900</math> ກີບ ກົງກັບ 25,20%</p>	0,25